

CONSIDERACIONES SOBRE LAS SOLUCIONES OBTENIDAS EN EL DISEÑO ÓPTIMO DE REDES MALLADAS.

Rafael Pérez García¹, P. Amparo López Jiménez¹, Pedro L. Iglesias Rey¹
y José Luís Díaz Arévalo¹

Resumen: Se presenta el caso de diseño óptimo de una red mallada de distribución de agua. Se utilizan dos esquemas diferentes para realizar la optimización. El primero consiste en la superposición de los diseños obtenidos para diferentes árboles de la red, y el segundo es una aplicación del esquema de optimización y simulación. En todos los casos, la optimización se realiza mediante Programación Lineal. Se demuestra la robustez del segundo procedimiento cuando se aplican determinados ajustes específicos, independientemente del punto de partida.

Palabras clave: Redes hidráulicas, diseño óptimo, redes malladas, fiabilidad.

Abstract: A case study case of optimal design of a looped network is presented. Two different schemes are used to carry out the optimization process. The first one consists on the overlapping of the designs obtained for different trees extracted of the looped network, and the second is an application of the scheme of optimization-simulation. In all the cases, the optimization is carried out by means of Linear Programming. The robustness of the second procedure is demonstrated when certain specific adjustments are applied, independently of the starting point.

Keywords: hydraulic networks, optimal design, looped networks, reliability

¹ Grupo Multidisciplinar de Modelación de Fluidos, Universidad Politécnica de Valencia.
Camino de Vera s/n. E-46022 – Valencia (España).

E-mail: rperez@gmmf.upv.es; palopez@gmmf.upv.es; piglesia@gmmf.upv.es; jldiaz@gmmf.upv.es
Tf.: +34 96 387 98 90 Fax: +34 96 387 79 81

INTRODUCCIÓN.

Tradicionalmente, el diseño de redes malladas de distribución de agua entra en conflicto con las metodologías de tipo económico, puesto que de algún modo, los requisitos de fiabilidad y redundancia de este tipo de redes entra en contradicción con los principios del dimensionado económico. Sin embargo, es posible incluir de manera formal en el proceso de optimización aquellos requisitos que hacen de la red mallada una red fiable, al menos en relación a determinado tipo de eventualidades, como la rotura de una conducción.

En este artículo pretendemos profundizar en la formalización de tales requisitos, presentando un ejemplo de dimensionado de una red mallada, considerando todos los posibles estados de carga provocados por la rotura de las conducciones. En primer lugar procederemos mediante un esquema de dimensionado basado en la selección y superposición de árboles de la red, y en segundo lugar procederemos en la aplicación del esquema clásico iterativo de optimización-simulación. Dentro de la fase de optimización utilizaremos un modelo de Programación Lineal.

MODELO DE SIMULACIÓN - ECUACIONES DE EQUILIBRIO

En general el problema convencional de análisis en régimen permanente de una red de distribución puede resumirse en la determinación de los caudales que circulan por las líneas de la misma, así como de las alturas piezométricas en los nudos del sistema, considerando una situación invariable con el tiempo, a partir de la información disponible sobre las características de todas las conducciones y elementos especiales, los consumos y aportes de la red y al menos, una altura piezométrica de referencia conocida.

Para determinar las incógnitas del sistema en un modelo de análisis en régimen permanente de una red de distribución se hace uso de dos leyes generales, que se cumplen independientemente de la configuración y los elementos de que consta la red y que constituyen una particularización de las ecuaciones generales de conservación de la masa y la energía aplicadas al flujo de un fluido incompresible a través de un sistema de tuberías a presión. Tales leyes son conocidas también como leyes de Kirchoff.

Las variables del modelo son las siguientes:

- Los caudales $q_{i,j}$ que circulan por todas las líneas.
- Los caudales Q_i externos aplicados en los nudos.
- La altura piezométrica en los nudos H_i y su presión p_i .
- La pérdida de carga en cada línea, o de una forma más general, las diferencias de alturas piezométricas entre sus nudos extremos, que denominaremos $h_{i,j}$.

De todas estas variables, unas serán datos del problema y otras serán calculadas de acuerdo con las leyes bajo las cuales se comporta el sistema, y que seguidamente formulamos. En primer lugar vamos a definir la nomenclatura y el criterio de signos utilizado, haciendo referencia a la siguiente figura, en la que se representa la línea que une los nudos i y j .

- q_{ij} Caudal que circula entre los nudos i y j , considerado como positivo en el caso de la figura cuando circula del nudo i hacia el nudo j .
- Q_i Caudal inyectado en el nudo i . Se considera positivo si es entrante (aporte) y negativo cuando es saliente (consumo).
- H_i Altura piezométrica en el nudo i .
- $h_{i,j}$ Pérdida de carga en la línea ij .

Las pérdidas de carga en un elemento resistente (se trate de una tubería o una pérdida localizada) pueden expresarse como:

$$h_{i,j} = H_i - H_j = R_{i,j} |q_{i,j}|^{n-1}$$

de modo que la pérdida de carga tomará el mismo signo que el caudal de línea, esto es, h_{ij} será positiva si H_i es mayor que H_j , y por consiguiente, si el caudal circula del nudo i al j ; n es el exponente del caudal que dependerá de la ecuación de pérdidas adoptada (en el siguiente apartado trataremos de este particular). El término R_{ij} se denomina resistencia hidráulica de la línea ij . De un modo más general, existen lo que denominamos ecuaciones características, que relacionan la pérdida de carga $h_{i,j}$ con el caudal circulante $q_{i,j}$ en cada línea (i,j), del tipo:

$$h_{i,j} = h_{i,j}(q_{i,j}, \dots)$$

cuya expresión formal dependerá del tipo de elemento que constituye la línea (tubería, bomba, válvula, etc...).

La primera ley de Kirchhoff establece que la suma neta de todos los caudales que confluyen en un nudo debe ser nula. Tal definición incluye tanto a los caudales internos q que circulan por las líneas, como a los caudales externos Q , directamente aplicados, y supone que un cierto criterio de signos ha sido previamente establecido.

En lo sucesivo, admitiremos que un caudal interno q es negativo cuando entra en un nudo, y positivo cuando sale, mientras que adoptaremos un criterio contrario para los caudales exteriores. Así, la ecuación de continuidad quedará expresada en la forma:

$$\sum_{j \in A_i} q_{i,j} - Q_i = 0 \quad \text{o} \quad \sum_{j \in A_i} q_{i,j} = Q_i \quad i = 1, \dots, N$$

donde el subíndice j hace referencia a todos los nudos conectados directamente al i (conjunto A_i) y siendo N el número total de nudos de la red.

La expresión anterior representa un total de N ecuaciones simultáneas aunque no resultan independientes, puesto que para que se verifique el principio de continuidad en toda la red, la suma neta de aportes y consumos externos debe de ser nula, lo que se plasma en la condición siguiente:

$$\sum_{i=1}^N Q_i = 0$$

estando extendido ahora el sumatorio a los N nudos de la red.

La condición expresada en la última ecuación se puede obtener asimismo sumando las N ecuaciones de continuidad en los nudos, ya que cada sumando q_{ij} aparecerá tan sólo en dos ecuaciones, en una con signo positivo y en la otra con signo negativo, de forma que la suma global de los términos q_{ij} es nula. En consecuencia, podemos afirmar que de las N ecuaciones de continuidad en los nudos de la red, una de ellas es combinación lineal de las $N-1$ restantes y en conjunto, la primera ley de Kirchhoff proporciona $N-1$ ecuaciones independientes.

La segunda ley de Kirchhoff (principio de conservación de la energía específica), establece que la suma algebraica de las pérdidas de carga debe ser nula a lo largo de cualquier malla.

Nuevamente es necesario establecer un criterio de signos ligado con el enunciado anterior. Para ello es necesario dotar a la malla de un sentido (en la figura anterior se ha adoptado un sentido de recorrido horario), y según este sentido, la pérdida de carga se considera positiva cuando el caudal recorre el circuito en mismo sentido de la malla, y negativa en caso contrario.

Con estas convenciones de signos, la segunda ley de Kirchoff, que debe aplicarse a M mallas independientes de la red, se expresa en la forma siguiente:

$$\sum_{(i,j) \in M_k} (\pm)_{i,j}^k h_{i,j} = 0 \quad k = 1 \dots M$$

donde M_k representa el conjunto de líneas pertenecientes a la malla k y el término $(\pm)_{i,j}^k$ toma un valor (+1) si el sentido hipotético del caudal q_{ij} es el mismo que el de la malla, y (-1) si toma el sentido contrario.

Nos planteamos a continuación cuál es el número de ecuaciones de malla independientes que pueden ser planteadas en el contexto de una red, y para ello vamos a recurrir a las definiciones de la teoría de grafos.

Dentro del esquema de una red mallada es siempre posible encontrar un subconjunto de líneas que unen entre sí a todos los nudos de la red, de forma que constituyan una red ramificada. Dicha red ramificada, que en la teoría de grafos se conoce con el nombre de árbol de la red, poseerá tantas líneas como nudos menos uno, esto es $N-1$.

El subconjunto de líneas que resta para completar la red mallada original se conoce con el nombre de coárbol y estará constituido por el resto de líneas, esto es $L-(N-1) = L-N+1$, siendo L el número total de líneas de la red. En el árbol de la red no existe ninguna malla de modo que la adición de una nueva línea del coárbol implica la aparición de una nueva malla que además, será una malla básica, puesto que aparece ligada a una línea adicional y en consecuencia, no se superpone a ninguna malla anterior.

Cuando finalmente se hayan incluido todas las líneas del coárbol en el árbol y para "reconstruir" la red mallada original, habremos obtenido tantas mallas básicas (y por tanto independientes) como líneas posee el coárbol, esto es $L-N+1 = M$. De aquí deducimos la importante relación:

$$M = L - N + 1$$

que resulta válida para cualquier tipo de red, sea cual sea su disposición, y donde M representa el

número de mallas independientes, L es el número de líneas y N el número de nudos.

La relación anterior indica por tanto que el número de ecuaciones independientes de malla asciende a $M = L-N+1$.

En el caso de una red ramificada o una conducción en serie, puesto que el número de líneas es igual al número de nudos menos uno, $L = N-1$, el número de mallas es nulo, $M = (N-1)-N+1 = 0$.

Las dos leyes de Kirchoff definen un sistema constituido por un total de $(N-1) + (L-N+1) = L$ ecuaciones independientes, mientras que las incógnitas utilizadas hasta el momento son las variables q_{ij} y h_{ij} , cuyo número asciende a $2L$.

Sin embargo, las variables q_{ij} y h_{ij} de cada una de las líneas (i,j) de la red están ligadas por una expresión que depende de las características del elemento constituyente de la línea correspondiente, que denominaremos ecuación del comportamiento de la línea y cuya formulación analizaremos en el apartado siguiente. En forma general, la ecuación de comportamiento de una línea puede representarse como:

$$h_{i,j} = h_{i,j}(q_{i,j})$$

En consecuencia, a las L ecuaciones anteriores correspondientes a las leyes de Kirchoff deberemos añadir L ecuaciones de comportamiento adicionales, obteniendo así un sistema de $2L$ ecuaciones para resolver las $2L$ incógnitas (q_{ij} y h_{ij} en cada línea de la red). Finalmente quedan todavía $2N$ variables, correspondientes a la altura piezométrica H_i y el

caudal externo Q_i en cada uno de los nudos de la red. De entre estas $2N$ variables, N deben de ser datos y las N restantes incógnitas del problema de análisis, como vamos a comprobar a continuación; más aún, para que el problema tenga una única solución es necesario que al menos exista un nudo de altura piezométrica conocida (y en consecuencia, al menos un caudal externo debe de ser incógnita), puesto que de otro modo sería posible conocer la diferencia de alturas piezométricas entre cada par de nudos de la red pero no así la altura piezométrica de ninguno de ellos; dicho de otra manera, existirían infinitos valores de la altura piezométrica de los nudos que cumplirían con las condiciones del problema. En realidad, incluso en esta situación, la solución en caudales sería única.

A partir de la definición de $h_{ij} = H_i - H_j$ disponemos de L ecuaciones, pero solamente $N-1$ de ellas son realmente independientes. Si existe un único nudo de altura conocida dentro de la red, dichas ecuaciones equivalen a formular $N-1$ ecuaciones de Bernoulli adicionales e independientes de las formuladas hasta ahora, que nos permitirán calcular las alturas piezométricas en el resto de los nudos de la red. Para este cometido se define un árbol de forma que cualquier nudo de la red quede unido mediante un único trayecto con el nudo de altura conocida; de esta forma podemos escribir $N-1$ ecuaciones de la forma:

$$H_i = H_c(\text{dato}) - \sum_{(j,k) \in S_{c,i}} (\pm)_{j,k} h_{j,k} = 0$$

donde:

- H_c : Altura piezométrica conocida en el nudo c .
- H_i : Altura piezométrica incógnita en el nudo i .
- $S_{c,i}$: Conjunto de líneas del trayecto que une los nudos “ c ” e “ i ”.
- $h_{j,k}$: Pérdida de carga en la línea (j,k) , perteneciente al trayecto $S_{c,i}$.
- $(\pm)_{j,k}$: Término que adopta el valor $(+1)$ si el sentido hipotético del caudal $q_{j,k}$ está dirigido del nudo c al nudo i , y (-1) si circula en sentido contrario.

Las $N-1$ ecuaciones anteriores son independientes de las ecuaciones de malla puesto que no pueden ser obtenidas como combinación de éstas. En total, dispondremos de N ecuaciones independientes adicionales que nos permitirán determinar el valor de las $N-1$ alturas piezométricas y el caudal externo en el nudo de altura conocida (N incógnitas).

Cuando existe más de un nudo con altura piezométrica conocida (y en consecuencia, más de un nudo cuyo caudal externo es desconocido), si H_m y H_n son alturas conocidas en los nudos m y n , particularizando la ecuación de pérdidas y reordenando sus términos, obtenemos:

$$\sum_{(j,k) \in S_{m,n}} (\pm)_{j,k} h_{j,k} + (H_m - H_n) = 0$$

lo cual correspondería a una ecuación de malla, excepto en el término $(H_m - H_n)$; este último término puede ser asimilado a una nueva línea de la red, atravesada por un caudal cualquiera, pero cuya pérdida de carga corresponde invariablemente a la diferencia de alturas piezométricas de los nudos m y n ; este peculiar tipo de línea se conoce con el nombre de línea ficticia y la malla que la contiene, correspondiente a la ecuación de malla, se denomina malla ficticia.

La adición de una línea ficticia comporta la aparición de una malla ficticia, de manera que la relación $M = L - N + 1$ sigue siendo válida incluso considerando estos nuevos elementos ficticios.

Si se consideran las líneas y mallas ficticias como un componente topológico más de la red, sólo podremos hablar en propiedad de redes ramificadas como aquellas en las cuales no es posible definir ningún tipo de malla, ni real ni ficticia; esta condición exige no solamente una topología arborescente sino además, la existencia de un único nudo de altura piezométrica conocida.

Bajo este nuevo punto de vista, la resolución del conjunto de ecuaciones planteadas para el caso de una red ramificada resulta mucho más sencilla que en el caso de las redes malladas o redes con varios nudos de altura conocida, puesto que disponemos de $N-1$ ecuaciones de continuidad que es posible resolver desacopladamente del sistema de $N-1$ ecuaciones de pérdidas. Los aspectos particulares de este caso ya se estudiaron en la lección anterior.

Resumiendo para el caso de una red mallada tenemos:

Número de nudos:	$N = N_p$ (nudos de presión) + N_q (nudos de caudal)
Número de líneas:	$L = L_r$ (líneas reales) + L_f (líneas ficticias)
Número de mallas:	$M = M_r$ (mallas reales) + M_f (mallas ficticias)
	$M = L - N + 1 = M_r + M_f = L_r + L_f - (N_p + N_q) + 1$
	$M_f = L_f = N_p - 1$
Variables implicadas:	Q_i : Caudales consumidos o aportados en nudos (N)
	H_i : Altura piezométrica en los nudos (N)
	$q_{i,j}$: Caudales circulantes en las líneas (i,j) (L)
	$h_{i,j}$: Pérdidas de carga en las líneas (i,j) (L)
Ecuaciones:	Ecuaciones de continuidad (N-1)
	Balance de masa en la red (1)
	Ecuaciones de malla (M=L-N+1)
	Ecuaciones de pérdida en trayectos (N-1)
	Ecuaciones características de las líneas (L)
Datos:	En cada nudo: Caudal o Altura piezométrica (N)

El sistema de $2L$ ecuaciones que definen el comportamiento de la red en condiciones de régimen estacionario, constituido por las $N-1$ ecuaciones de continuidad en los nudos, las M ecuaciones de equilibrio de malla y las L ecuaciones de comportamiento de las líneas, nunca se resuelve nunca en conjunto, tratando las incógnitas q y h simultáneamente, puesto que el sistema puede ser reducido a uno de menor tamaño, y ello representa siempre una ventaja en el momento de abordar el cálculo.

El sistema de ecuaciones de equilibrio es una parte fundamental del esquema de optimización, bien sea por estar imbuido en la propia formulación del problema, en forma de restricciones formales, o bien sea como una fase separada en el proceso iterativo de optimización-simulación.

MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL – FASE DE OPTIMIZACIÓN

El modelo de Programación Lineal puede ser utilizado de forma exacta y sin ningún tipo de aproximación en aquellos problemas en los que conocemos los caudales circulantes por las tuberías, de forma previa al dimensionado.

El modelo presupone que una línea de la red puede estar conformada por varios tramos de diferentes diámetros, tal y como muestra la figura

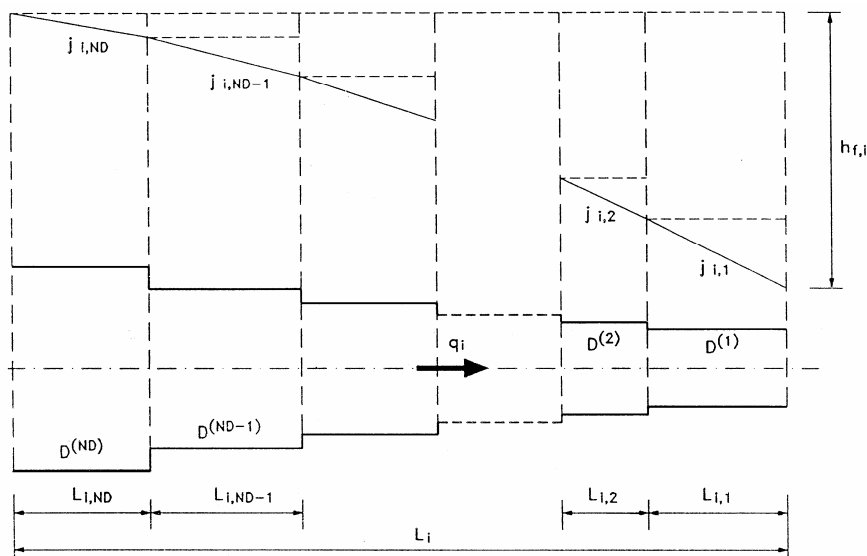


Figura.- Composición de una línea en el modelo de PL.

En este caso, y suponiendo que el sistema está alimentado por gravedad desde un depósito de altura H_0 , las restricciones de presión para los nudos de consumo pueden expresarse como:

$$\sum_{i \in S_k} h_{f,i} \leq H_0 - H_k = \Delta H_k$$

siendo:

- $h_{f,i}$ = Pérdida de carga (m.) en la línea i .
- S_k = Conjunto de líneas pertenecientes al trayecto entre los nudos 0 y k .
- ΔH_k = Máxima pérdida de carga admisible (m.) en el trayecto comprendido entre los nudos 0 y k .

El conjunto $\{D^{(1)}, \dots, D^{(ND)}\}$ está constituido por los ND diámetros posibles para ser utilizados en el dimensionado de la red, a los que denominaremos *diámetros candidatos*, ordenados de menor a mayor tamaño, de modo que $D^{(1)} < \dots < D^{(ND)}$.

El coste total de las tuberías de la línea i representada en la figura será:

$$\text{Coste de la línea } i \text{ (euros): } C_i = \sum_{j=1}^{ND} c_j L_{i,j}$$

donde:

- C_i = Coste total de las tuberías de la línea i (ptas).
- c_j = Coste unitario del diámetro $D^{(j)}$ (ptas/metro lineal).
- $L_{i,j}$ = Longitud del tramo de diámetro $D^{(j)}$ en la línea i (m.).

La suma de las longitudes parciales $L_{i,j}$ debe ser igual a la longitud L_i de la línea i :

$$L_i = \sum_{j=1}^{ND} L_{i,j}$$

La pérdida de carga total $h_{f,i}$ que se produce en la línea i será:

$$h_{f,i} = \sum_{j=1}^{ND} j_{i,j} L_{i,j}$$

donde: $h_{f,i}$ = Pérdida de carga total (m.) en la línea i .

$j_{i,j}$ = Pérdida de carga unitaria para cada uno de los diámetros $D^{(j)}$ (m/m.) en la línea i .

La formulación global del problema de dimensionado óptimo consistirá en minimizar la siguiente función objetivo, configurada por los costes asociados a las tuberías, esto es:

$$\text{Coste del sistema} = C_T = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{ND} c_j L_{i,j}$$

y sometida a unas restricciones de presión mínima del tipo:

$$\sum_{i \in S_k} h_{f,i} = \sum_{i \in S_k} \sum_{j=1}^{ND} j_{i,j} L_{i,j} \leq \Delta H_k = H_0 - H_k \quad \forall k$$

Las restricciones de presión mínima pueden plantearse para cualquier nudo de la red además de los extremos o terminales, se trate o no de un nudo de consumo, en el cual sea necesario asegurar una presión mínima. Naturalmente, cuanto mayor sea el número de restricciones de presión mínima, tanto mayor será el tamaño del modelo y la complejidad de su resolución.

Es necesario plantear también restricciones que podemos calificar de tipo geométrico, a fin de asegurar que la suma de las longitudes parciales $L_{i,j}$ en una línea sea exactamente igual a la longitud de la misma:

$$\sum_{j=1}^{ND} L_{i,j} = L_i \quad \forall i = 1 \dots n$$

Finalmente habrá que añadir las restricciones de no negatividad de las variables de decisión, puesto que una solución del tipo $L_{i,j} < 0$ carece de sentido físico. Esta condición constituye además una exigencia para la resolución del problema mediante Programación Lineal:

$$L_{i,j} \geq 0 \quad \forall i, j$$

Como puede comprobarse, el problema de dimensionado queda configurado por una función objetivo y unas restricciones de naturaleza lineal en cuanto a las variables de decisión $L_{i,j}$, sin ningún tipo de aproximación.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Se propone el diseño de la red de abastecimiento cuyo esquema se presenta en la figura, en la que se indica la longitud de las líneas, las cotas de los nudos, los caudales consumidos en horario punta y la cota del depósito de alimentación.

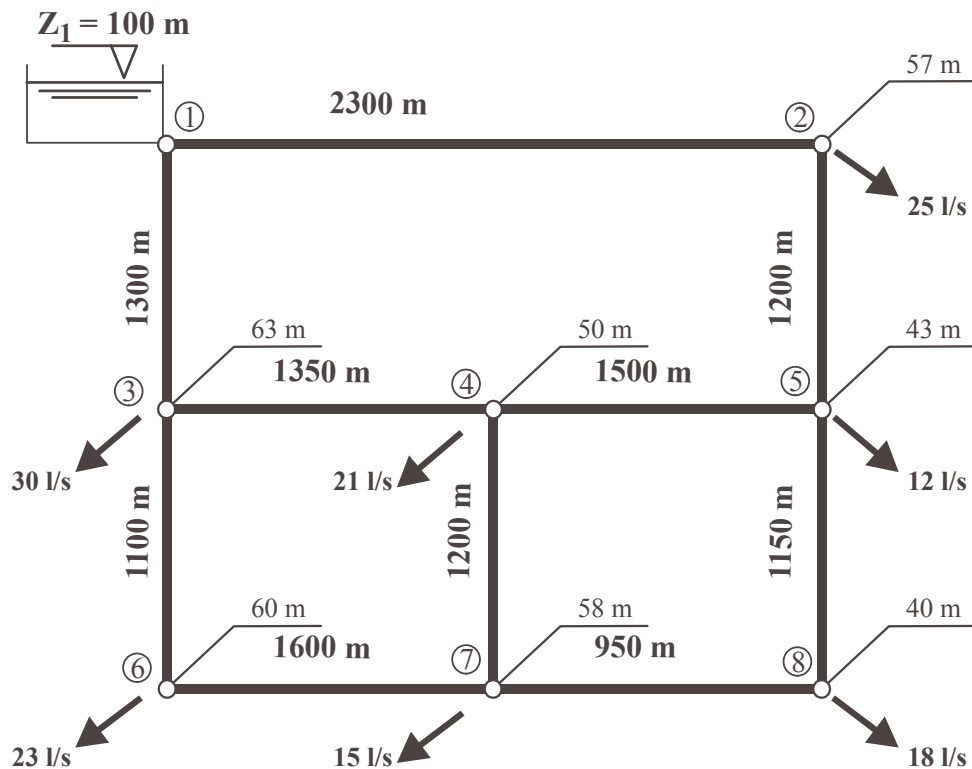


Figura.- Red a diseñar

Los objetivos para el diseño consisten en alcanzar una presión mínima de 30 mca en todos los nudos de consumo, para diferentes situaciones, concretamente considerando los estados de carga (EC) siguientes:

- EC01: Todas las tuberías en funcionamiento y caudales punta.
- EC02: Rotura en la tubería 1-2 (fuera de servicio) y caudales medios, considerando un coeficiente de punta $K_p=1.6$.
- EC03: Rotura en la tubería 1-3 (fuera de servicio) y caudales medios (id.).
- EC04: Rotura en la tubería 2-5 (fuera de servicio) y caudales medios (id.).
- EC05: Rotura en la tubería 3-4 (fuera de servicio) y caudales medios (id.).
- EC06: Rotura en la tubería 4-5 (fuera de servicio) y caudales medios (id.).
- EC07: Rotura en la tubería 3-6 (fuera de servicio) y caudales medios (id.).
- EC08: Rotura en la tubería 4-7 (fuera de servicio) y caudales medios (id.).
- EC09: Rotura en la tubería 5-8 (fuera de servicio) y caudales medios (id.).
- EC10: Rotura en la tubería 6-7 (fuera de servicio) y caudales medios (id.).
- EC11: Rotura en la tubería 7-8 (fuera de servicio) y caudales medios (id.).

Los diámetros comerciales utilizados en el dimensionado de la red serán los siguientes:

c (€/m)	15	29	46	65	87	112	139	167	198
D (mm)	100	150	200	250	300	350	400	450	500

Primera aplicación

En primer lugar, plantearemos un modelo de dimensionado utilizando diferentes árboles de la red. Sabemos que el número de árboles que podemos encontrar en la red mallada es elevado, de modo que solamente vamos a trabajar con tres árboles diferentes, escogidos de forma arbitraria, tratando de encontrar los recorridos de máxima longitud entre la cabecera (alimentación) y los nudos. De este modo, podremos asegurar al menos en parte que los diámetros seleccionados para el árbol sean capaces de proporcionar los caudales de diseño a las presiones de servicio requeridas en las situaciones más críticas.

De este modo, el primer árbol que planteamos será el siguiente:

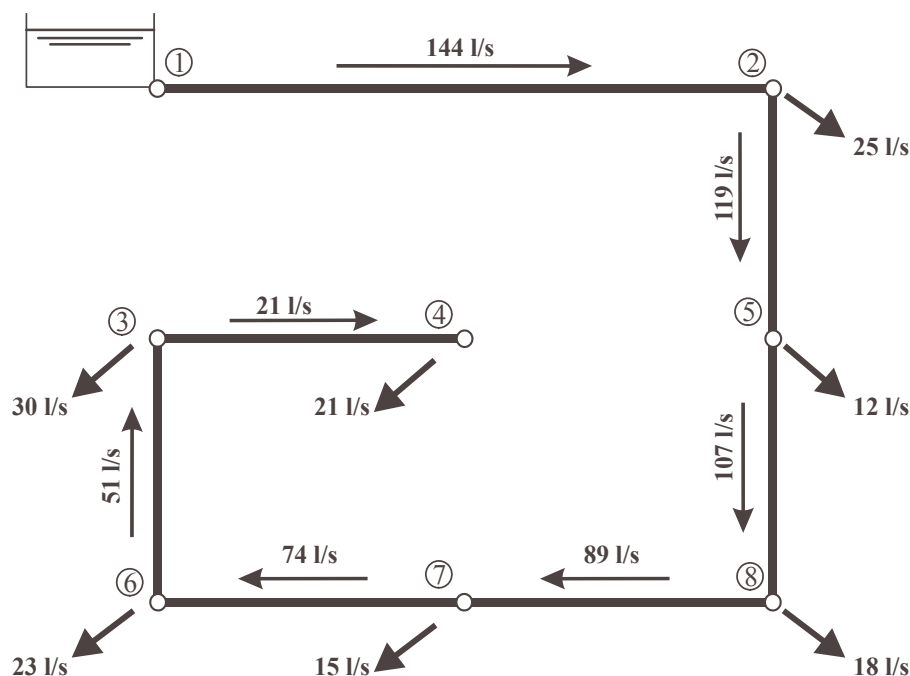


Figura.- Árbol 1

El árbol 1 constituye una red ramificada, y precisamente por esta característica podemos calcular a priori los caudales circulantes por las tuberías, lo que facilita considerablemente el diseño.

Para el dimensionado del árbol se plantea un modelo de Programación Lineal, considerando solamente el estado de carga 1.

Una vez dispongamos de los resultados del dimensionado de los tres árboles propuestos, que cubren completamente el grupo de líneas de la red mallada, asignaremos a cada línea el diámetro (o la capacidad) en función de los resultados obtenidos en los tres árboles y comprobaremos que se puede alcanzar las presiones mínimas en los nudos en el resto de estados de carga

Los resultados correspondientes al dimensionado del árbol 1 son los siguientes:

LONGITUDES PARCIALES (m)

C (€/m)	15	29	46	65	87	112	139	167	198	L (m)	
D (mm)	100	150	200	250	300	350	400	450	500		
1-2	0	0	0	0	0	0	0	0	2300	2300	
3-4	1	1349	0	0	0	0	0	0	0	1350	
2-5	0	0	0	0	0	0	0	0	1200	1200	
3-6	0	0	0	0	0	0	1100	0	0	1100	
5-8	0	0	0	0	0	0	0	1150	0	1150	
6-7	0	0	0	0	0	0	1220	380	0	1600	
7-8	0	0	0	0	0	0	0	950	0	950	
Ci (€)	10	39130	0	0	0	0	322517	414115	693000	1.468.773 €	

ESTADO CARGA 1 = RED SIN ROTURAS

Nudos	1	2	3	4	5	6	7	8
Q (l/s)		25	30	21	12	23	15	18
Cota (m)	100	57	63	50	43	60	58	40
H (m)	100	97.48	93.00	80.00	96.58	93.46	94.73	95.40
P (m)	0	40.478	30	30	53.579	33.46	36.73	55.40
Pmin (mca)		30	30	30	30	30	30	30

El coste obtenido no es representativo con respecto del total de tuberías de la red mallada, puesto que falta incluir las tuberías redundantes (coarbol).

A continuación procedemos con el dimensionado de un segundo árbol, con la siguiente estructura:

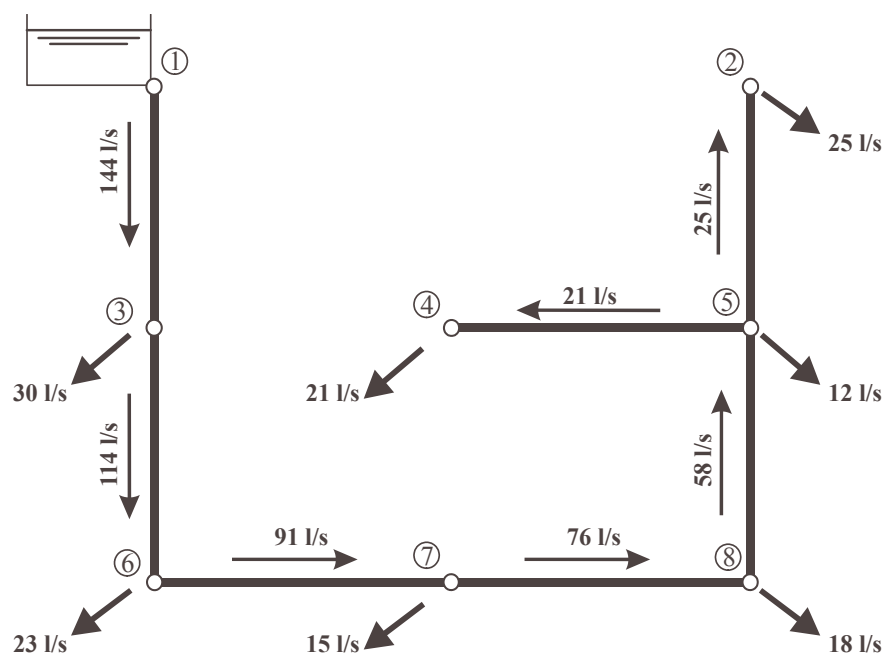


Figura.- Árbol 2

Del mismo modo que en el caso anterior obtenemos los siguientes resultados:

LONGITUDES PARCIALES (m)										
C (€/m)	15	29	46	65	87	112	139	167	198	L (m)
D (mm)	100	150	200	250	300	350	400	450	500	
1-3	0	0	0	0	0	0	1300	0	0	1300
4-5	0	1500	0	0	0	0	0	0	0	1500
2-5	0	167	1033	0	0	0	0	0	0	1200
3-6	0	0	0	0	0	589	511	0	0	1100
5-8	1150	0	0	0	0	0	0	0	0	1150
6-7	0	0	0	0	0	1600	0	0	0	1600
7-8	0	0	435	515	0	0	0	0	0	950
Ci (€)	17250	48340	67512	33504	0	245208	251680	0	0	663.493 €

ESTADO CARGA 1 = RED SIN ROTURAS								
Nudos	1	2	3	4	5	6	7	8
Q (l/s)		25	30	21	12	23	15	18
Cota (m)	100	57	63	50	43	60	58	40
H (m)	100	100.00	95.65	80.00	94.40	92.17	88.00	70.00
P (m)	0	43	32.65	30	51.395	32.17	30.00	30.00
Pmin		30	30	30	30	30	30	30

Finalmente dimensionaremos el tercer árbol previsto:

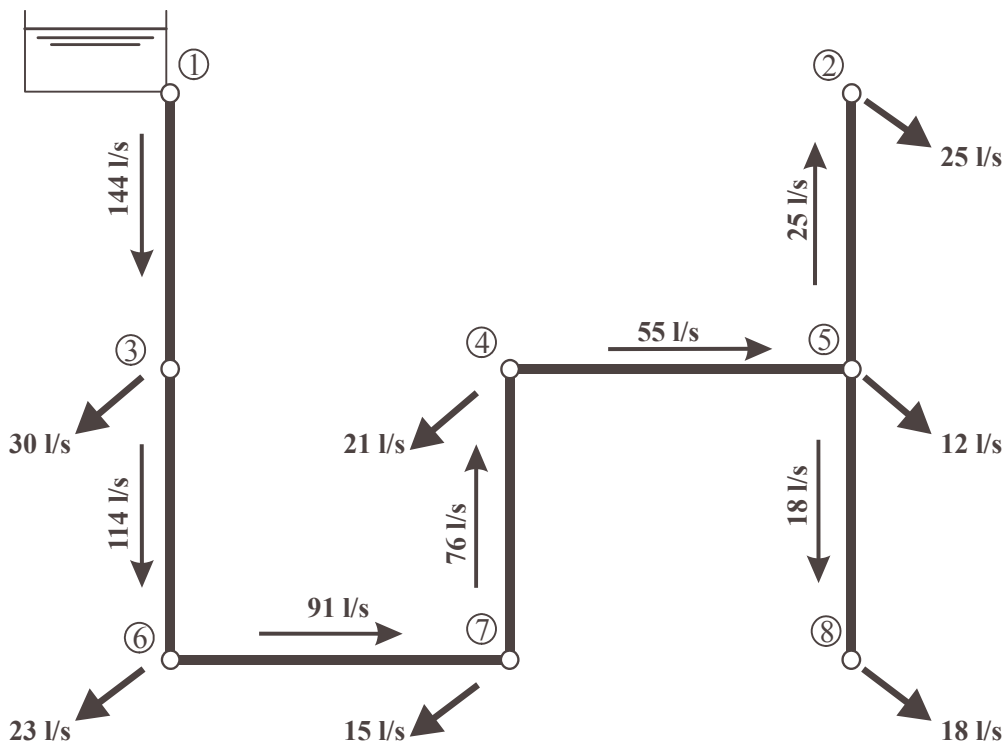


Figura.- Árbol 3

Los resultados obtenidos son los siguientes

LONGITUDES PARCIALES (m)									
C (€/m)	15	29	46	65	87	112	139	167	198
D (mm)	100	150	200	250	300	350	400	450	500
1-3	0	0	0	0	0	0	0	1300	0
4-5	0	0	0	0	1143	357	0	0	0
2-5	0	0	0	1200	0	0	0	0	0
3-6	0	0	0	0	0	0	1100	0	0
4-7	0	0	0	0	0	1200	0	0	0
5-8	219	931	0	0	0	0	0	0	0
6-7	0	0	0	0	0	0	1600	0	0
Ci (€)	3278	27012	0	78000	99404	174431	375300	217100	0
									974.526 €

ESTADO CARGA 1 = RED SIN ROTURAS								
Nudos	1	2	3	4	5	6	7	8
Q (l/s)		25	30	21	12	23	15	18
Cota (m)	100	57	63	50	43	60	58	40
H (m)	100	87.00	97.59	90.96	88.27	95.28	93.14	70.00
P (m)	0	30	34.586	40.96	45.269	35.28	35.14	30.00
Pmin		30	30	30	30	30	30	30

Finalmente combinaremos los diámetros obtenidos en los tres árboles, resultando:

LONGITUDES PARCIALES (m)									
C (€/m)	15	29	46	65	87	112	139	167	198
D (mm)	100	150	200	250	300	350	400	450	500
1-2	0	0	0	0	0	0	0	0	2300
1-3	0	0	0	0	0	0	1300	0	0
3-4	1	1349	0	0	0	0	0	0	0
4-5	0	1500	0	0	0	0	0	0	0
2-5	0	0	0	0	0	0	0	0	1200
3-6	0	0	0	0	0	589	511	0	0
4-7	0	0	0	0	0	1200	0	0	0
5-8	1150	0	0	0	0	0	0	0	0
6-7	0	0	0	0	0	1600	0	0	0
7-8	0	0	435	515	0	0	0	0	0
Ci (€)	17260	82630	19989	33504	0	379608	251680	0	693000
									1.477.671 €

Una vez combinados los resultados del dimensionado de los tres árboles, el coste obtenido si corresponde a una solución completa. Faltaría pues comprobar el funcionamiento de dicha solución en los 11 estados de carga que se han planteado.

Tras la simulación, presentamos de forma abreviada el resumen de las presiones que se obtienen en los nudos

Tabla – Listado de presiones obtenidas en los nudos en cada uno de los estados de carga (mca).

EC	NUDOS						
	2	3	4	5	6	7	8
EC01	42.6875	35.1733	46.7533	56.6456	37.32	38.76	56.17
EC02	33.6921	36.7649	49.7312	47.7076	39.71	41.72	58.73
EC03	42.0148	-38.04	-24.276	55.6638	-34.99	-32.59	-14.38
EC04	42.3398	36.9441	50.2377	45.7617	39.94	42.04	24.71
EC05	42.8246	36.4323	46.0728	56.7929	38.15	38.63	56.47
EC06	42.9405	36.0331	48.0546	56.9379	38.53	40.11	57.91
EC07	42.6873	36.676	37.2284	56.6093	27.17	29.17	47.14
EC08	42.8698	36.3116	48.2259	56.8513	39.03	40.86	58.63
EC09	42.8948	36.2297	48.5948	56.8828	38.86	40.60	58.20
EC10	42.8041	36.4783	41.2146	56.766	39.42	41.98	59.64
EC11	42.8514	36.3642	48.895	56.8277	39.08	40.92	51.85

Como tenemos oportunidad de comprobar, ni tan siquiera la superposición de los resultados obtenidos con los tres árboles consigue mantener la presión mínima en los nudos en situaciones de rotura en líneas concretas.

Por este motivo optaremos por el esquema clásico de simulación de caudales combinada con la optimización mediante un modelo de Programación Lineal. La idea consiste en proponer unos caudales en las tuberías, que permitan el ensamblado de un modelo lineal, para posteriormente optimizar los diámetros, y una vez obtenidos tales diámetros, realizaremos una nueva simulación en los 11 estados de carga, para comprobar que se alcancen las presiones mínimas.

Segunda aplicación

Comenzaremos en primer lugar proponiendo un conjunto de diámetros comerciales, de modo que todas las líneas cuenten con el mayor diámetro de la serie escogida. Realizaremos la primera simulación en los 11 EC y con estos caudales obtenidos, realimentaremos el modelo de PL, al objeto de obtener nuevos diámetros. La condición de convergencia vendrá dada por el coste de la red y por el cumplimiento de las presiones mínimas en los nudos en cualquier estado de carga.

Así pues, mantenemos el proceso iterativo entre las etapas de simulación y optimización en tanto siga disminuyendo el coste y se puedan seguir manteniendo las presiones mínimas.

Tras 23 iteraciones conseguimos un diseño de red que cuesta 1,022,964.00 euros y que finamente consigue mantener el nivel de las presiones en los nudos, para todos los estados de carga.

Los resultados se presentan en las siguientes tablas.

LONGITUDES PARCIALES (m)

C (€/m)	15	29	46	65	87	112	139	167	198	L (m)
D (mm)	100	150	200	250	300	350	400	450	500	
1-2	0	0	0	0	0	0	2300	0	0	2300
1-3	0	0	0	1300	0	0	0	0	0	1300
3-4	0	0	0	0	1350	0	0	0	0	1350
4-5	0	0	0	0	0	1500	0	0	0	1500
2-5	0	0	0	0	0	1	1199	0	0	1200
3-6	0	0	911	189	0	0	0	0	0	1100
4-7	1	1199	0	0	0	0	0	0	0	1200
5-8	1150	0	0	0	0	0	0	0	0	1150
6-7	25	1575	0	0	0	0	0	0	0	1600
7-8	950	0	0	0	0	0	0	0	0	950
Ci (€)	31885	80455	41914	96774	117450	168060	486425	0	0	1022964

Líneas	1-2	1-3	3-4	4-5	2-5	3-6	4-7	5-8	6-7	7-8
EC01	0.0944	0.0496	-0.0106	-0.0476	0.0694	0.0302	0.0160	0.00981	0.00722	0.00819
EC02	0	0.0338	0.0032	0.0285	-0.0156	0.0118	0.0041	0.00537	-0.0025	0.00588
EC03	0.0900	0	-0.0363	-0.0603	0.0744	0.0175	0.0109	0.00659	0.00313	0.00466
EC04	0.0552	0.0348	-0.0002	0.0188	0	0.0163	0.0075	0.01125	0.00189	-2E-10
EC05	0.0378	0.0522	0	-0.0077	0.0221	0.0128	0.0152	0.00691	-0.0015	0.00434
EC06	0.0426	0.0474	0.0101	0	0.0270	0.0186	0.0094	0.00702	0.0042	0.00423
EC07	0.0598	0.0302	0.0115	-0.0299	0.0442	0	0.0139	0.00675	0	0.0045
EC08	0.0586	0.0314	-0.0143	-0.0275	0.0429	0.0270	0	0.00797	0.01266	0.00328
EC09	0.0581	0.0319	-0.0086	-0.0349	0.0424	0.0218	0.0132	0	0.00742	0.01125
EC10	0.0591	0.0309	-0.0023	-0.0301	0.0435	0.0144	0.0079	0.00588	0	0.00537
EC11	0.0583	0.0317	-0.0033	-0.0352	0.0427	0.0163	0.0075	0	0.00188	0

Nudos	2	3	4	5	6	7	8
EC01	39.6925	31.5873	44.6907	52.7595	30.00	30.00	37.47
EC02	40.0464	34.4865	47.477	54.0937	36.78	39.03	51.61
EC03	39.9935	30	44.2064	52.9218	31.46	33.09	47.67
EC04	41.8703	34.331	47.331	54.1651	36.00	37.86	33.11
EC05	42.4706	30.9976	49.3475	56.3757	33.17	35.26	50.30
EC06	42.3265	32.0568	44.9636	56.1856	33.32	34.64	49.83
EC07	41.6729	34.9929	47.8724	55.2949	32.82	34.82	49.64
EC08	41.7272	34.8252	48.0141	55.3701	34.15	30.00	46.31
EC09	41.7488	34.7559	47.8239	55.3999	35.37	35.25	33.38
EC10	41.7024	34.903	47.9077	55.3358	36.86	38.29	51.76
EC11	41.738	34.7907	47.8008	55.385	36.46	38.33	58.39

Como puede comprobarse, todas las presiones superan los valores mínimos, incluso en situaciones de carencia de capacidad por la rotura de alguna de las tuberías.

Hemos reproducido el esquema de optimización-simulación, pero en esta ocasión comenzando desde los diámetros más pequeños. En las primeras iteraciones, el resultado se va encareciendo progresivamente, debido a que es necesario alcanzar la capacidad suficiente en

las presiones de los nudos, pero finalmente, llegamos al cabo de 24 iteraciones a un resultado idéntico al obtenido cuando se ha comenzado desde los diámetros grandes.

La siguiente gráfica nos muestra la evolución del coste de las soluciones obtenidas en la etapa de optimización. La leyenda “Coste 1” representa el proceso seguido comenzando desde los diámetros grandes, mientras que la leyenda “Coste 2” representa el proceso seguido comenzando desde los diámetros más pequeños.

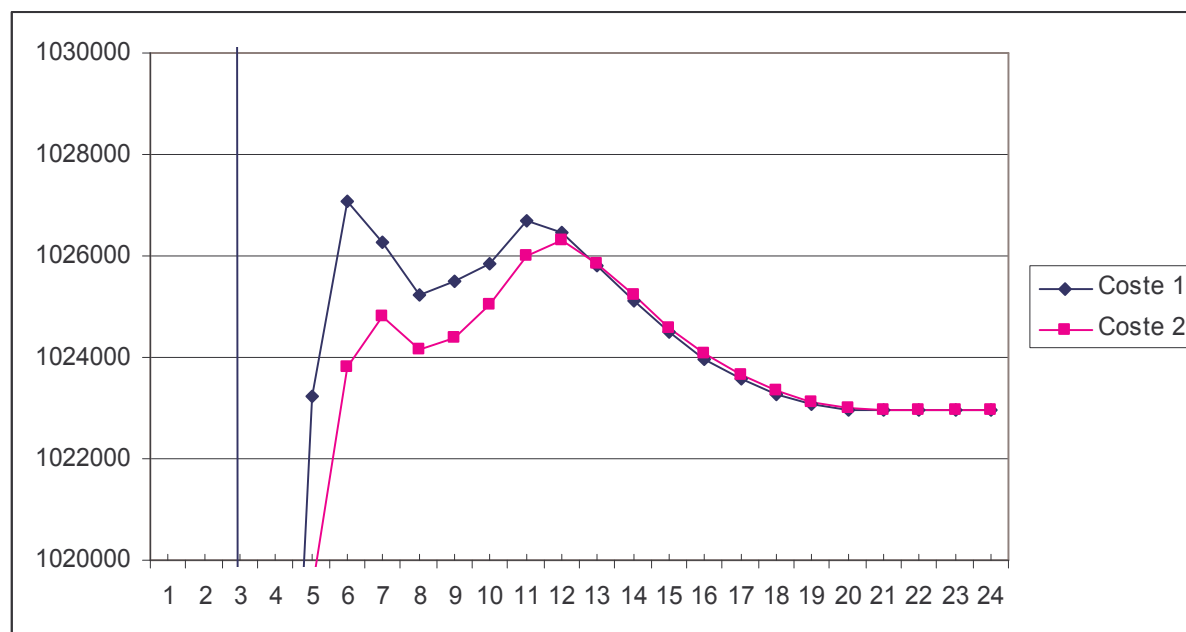


Figura.- Evolución de los costes de la solución óptima.

Tabla.- Costes de las soluciones obtenidas en cada iteración

Iter	Coste 1	Coste 2	Iter	Coste 1	Coste 2
0	--	204,750.00 €	12	1,025,813.00 €	1,025,863.00 €
1	2,702,700.00 €	953,597.00 €	13	1,025,101.00 €	1,025,215.00 €
2	973,212.00 €	953,597.00 €	14	1,024,488.00 €	1,024,592.00 €
3	1,008,361.00 €	1,002,506.00 €	15	1,023,972.00 €	1,024,071.00 €
4	1,023,222.00 €	1,019,428.00 €	16	1,023,563.00 €	1,023,663.00 €
5	1,027,095.00 €	1,023,824.00 €	17	1,023,267.00 €	1,023,356.00 €
6	1,026,283.00 €	1,024,813.00 €	18	1,023,058.00 €	1,023,132.00 €
7	1,025,221.00 €	1,024,164.00 €	19	1,022,959.00 €	1,022,994.00 €
8	1,025,484.00 €	1,024,403.00 €	20	1,022,954.00 €	1,022,951.00 €
9	1,025,834.00 €	1,025,046.00 €	21	1,022,958.00 €	1,022,956.00 €
10	1,026,693.00 €	1,026,006.00 €	22	1,022,962.00 €	1,022,961.00 €
11	1,026,466.00 €	1,026,309.00 €	23	1,022,964.00 €	1,022,964.00 €

CONCLUSIONES

Los resultados nos muestran que, contra lo que comúnmente cabría esperar, el proceso iterativo combinado de optimización y simulación converge hacia las mismas soluciones relativamente rápido, y no depende del punto de partida.

También hay que considerar que en el proceso se han incluido todos los posibles estados de carga relacionados con rotura de una conducción, por lo que las premisas del diseño son muy completas en el planteamiento del problema.

Para estabilizar el proceso se ha incluido la posibilidad de añadir pérdidas provocadas por válvulas de regulación en todas las tuberías. Dichas válvulas actúan en algunas de las iteraciones, pero su efecto desaparece cuando se acerca la convergencia (quedarían en posición abierta).

El esquema de optimización a partir de la selección de determinados árboles de la red, conduce a unos resultados menos satisfactorios, y también a soluciones más caras.

La aplicabilidad de los principios expuestos queda limitada por la definición exhaustiva de todas las posibles situaciones de rotura de tuberías, si bien cabe esperar que pueda reducirse el número de estados de carga relacionados solamente con la rotura de las conducciones principales para producir resultados de diseño igualmente satisfactorios.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo se ha realizado dentro del proyecto de investigación titulado “SIBA: Aplicación de técnicas de minería de datos en la planificación, operación, mantenimiento y gestión de sistemas de abastecimiento de agua” (referencia DPI 2004-04330), financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia de España.

BIBLIOGRAFIA

- Alperovits, E., y Shamir, U. (1977) *Design of optimal water distribution systems*. Water Resources Research. Vol, 13, num. 6, pp. 885-900. Diciembre.
- Awumah, K.; Bhatt, S.K. y Goulter, I.C. (1989) *An Integer Programming Model for Layout Design of Water Distribution Networks*. Engineering Optimization, Vol. 15, pp. 57-70.
- Bao y Mays (1990) *Model for water distribution system reliability*. Journal of Hydraulic Engineering, Vol 116 nº 9, 1119-1137.
- Bhave, P.R. (1979) *Selecting pipe sizes in network optimization by Linear Programming*. Journal of the Hydraulics Division (ASCE) pp. 1019-1025, Agosto.
- Bhave, P.R. y Lam, C.F. (1983) *Optimal Layout for Branching Distribution Networks*. Journal of Transportation Engineering (ASCE) Vol. 109. Nº4 Julio, pp. 534-547.
- Calhoun, C. (1970) *Optimization of pipe systems by linear programming*. Proceedings on control flow in closed conduits, J. P. Tullis, Ed. Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- Cembrowicz, R.G. y Harrington, J.J. (1973) *Capital-cost minimization of hydraulic network*. Journal of the Hydraulics Division (ASCE) Vol. 99, num. HY3, pp. 431-440, Marzo.
- Cullinane, Lansey y Mays (1992) *Optimization-availability based design of water distribution networks*. Journal of Hydraulic Engineering, Vol 118 nº 3, 420-441.
- Cullinane, M. J., Lansey, K. E. y Mays, L. W. (1992) *Optimization-availability based design of water distribution networks*. Journal of Hydraulic Engineering, Vol 118 nº 3, 420-441.

- Dandy, Simpson, y Murphy (1996) *An improved genetic algorithm for pipe network optimization*. Water Resources Research, Vol 32 n° 2, 449-458.
- Duan, Mays y Lansey (1990) *Optimal reliability-based design of pumping and distribution systems*. Journal of Hydraulic Engineering, Vol 116 n° 2, 249-268.
- Eiger, G. Shamir, U. Ben-Tal, A. (1994) *Optimal design of water distribution networks*. Water Resources Research, Vol 30 n° 9, 2637-2646.
- Fujiwara y De Silva (1990) *Algorithm for reliability-based optimal design of water networks*. Journal of Environmental Engineering, Vol 116 n° 3, 575-587.
- Fujiwara, O y Dey, D. (1987) *Two adjacent pipe diameters at the optimal solution in the water distribution network models*. Water Resources Research, Vol, 23, num. 8, pp. 1457-1460. Agosto.
- Fujiwara, O. y Li, J. (1998) *Reliability analysis of water distribution networks in consideration of equity, redistribution, and pressure-dependent demand*. Water Resources Research, Vol 34 n° 7, 1843-1850.
- Golberg, D. E. (1989) Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Goulter y Bouchart (1990) *Reliability-constrained pipe network model*. Journal of Hydraulic Engineering, Vol 116 n° 2, 211-229.
- Goulter, I.G. y Morgan, D.R. (1985) *An integrated approach to the layout and design of water distribution systems*. Civil Engineering Systems, Vol. 1, num. 2, pp. 104-113.
- Grupo Mecánica de Fluidos (1996) Curso de Ingeniería Hidráulica Aplicada a los Sistemas de Distribución de Agua, Ed. GMF- Universidad Politécnica de Valencia.
- Gupta, R. y Bhawe, P. R. (1994) *Reliability analysis of water-distribution systems*. Journal of Environmental Engineering, Vol 120 n° 2, 447-460.
- Gupta, R. y Bhawe, P.R. (1996) *Reliability - based design of water distribution systems*. Journal of Environmental Engineering, Vol 122 n° 1, 51-54.
- Halhal, Walters, Ouazar y Savic (1997) *Water network rehabilitation with structured messy genetic algorithm*. Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 123 n° 3, 137-146.
- Holland, J. H. (1992) *Algoritmos genéticos*. Investigación y Ciencia. Septiembre 1992. 38-45.
- Khamsi, Walters, Thorley y Quazar (1996) *Reliability tester for water distribution networks*. Journal of Computing in Civil Engineering. Vol 10 n° 1, 10-19.
- Kim y Mays (1994) *Optimal rehabilitation model for water distribution systems*. Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 120 n° 5, 674-692.
- Kumar y Kansal (1995) *Discusión de Reliability analysis of water distribution systems*. Journal of Environmental Engineering, 674-677.
- Lai L. y Schaake, J. (1969) Linear programming and dynamic programming applications to water distribution network design, Report 116. Department of Civil Engineering. Massachusetts Inst. of Tech. Cambridge. Massachusetts.
- Marín, F. J., García, F y Sandoval, F. (1992) *Algoritmos genéticos: una estrategia para la búsqueda y la optimización*. Informática y automática, Vol. 25, 5-15.
- Matías (2003) Diseño de redes de distribución de agua considerando la fiabilidad mediante Algoritmos Genéticos, Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia.
- Michalewicz, Z. (1996) Genetic algorithms + data structures = Evolution programs. 3rd rev. and extended. Springer

- Montesinos, M^a. P. (1995) Modelo Matemático para el Diseño Óptimo de Sistemas de Distribución de Agua. Tesis doctoral. ETSI Agrónomos y Montes. Universidad de Córdoba.
- Morgan, D.R. y Goulter, I.G. (1985) *Optimal urban water distribution design*. Water Resources Research, Vol. 21, num. 5, pp. 642-652, Mayo.
- Munizaga, E. (1976) Redes de agua potable: diseño y dimensionamiento. Instituto Eduardo Torroja de la C. y C. Monografía num. 335. Madrid, Septiembre.
- Ostfeld y Shamir (1996) *Design of optimal reliable multiquality water-supply systems*. Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 122 n° 5, 322-333.
- Park y Liebman (1993) *Redundancy-constrained minimum cost design of water distribution nets*. Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 119 n° 1, 83-98.
- Pérez, R; Izquierdo, J.; Díaz, J.L.; Iglesias, P. (2003) “*Técnicas de diseño de redes*”. Capítulo de “Curso de Ingeniería Hidráulica en los abastecimientos de agua”, Ed. GMMF-UPV, Valencia, España.
- Pérez, R; López P., G.; Díaz, J.L.; Fuertes, V. (2004) “*Diseño de redes de distribución a partir de la selección del árbol óptimo*”. III SEREA - Seminario Hispano-Brasileño sobre Planificación, Proyecto y Operación de Redes de Abastecimiento de Agua, Valencia (España) 15 – 18 junio 2004.
- Pérez, R; Izquierdo, J.; López P., Iglesias, P. (2004) “*Soluciones exactas en el diseño óptimo de redes de distribución de agua*”. III SEREA - Seminario Hispano-Brasileño sobre Planificación, Proyecto y Operación de Redes de Abastecimiento de Agua, Valencia (España) 15 – 18 junio 2004.
- Pérez (1993) Dimensionado óptimo de redes de distribución considerando los elementos de regulación. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. Octubre.
- Quindry, G.E.; Brill, E.D. y Liebman, J.E. (1981) *Optimization of looped water distribution systems*. Journal of the Environmental Engineering Division (ASCE) Vol. 107, EE4. Proc. Paper 16439, Agosto.
- Ritzel, B. J. y Wayland Eheart, J. (1994) *Using genetic algorithms to solve a multiple objective groundwater pollution containment problem*. Water Resources Research, Vol 30 n° 5, 1589-1603.
- Robinson, R.B. y Austin, T.A. (1976) *Cost optimization of rural water systems*. Journal of the Hydraulics Division (ASCE) Proc. Paper 12301, pp. 1119-1134, Agosto.
- Rousset (1971) *Tracé de réseaux d'irrigation ramifiés*. 8as Jornadas Europeas del ICID. Aix-en-Provence, Junio.
- Rowell, W.F. y Barnes, W. (1982) *Obtainning Layout of Water Distribution Systems*. Journal of the Hydraulic Division (ASCE) Vol. 108, HY1, pp. 137-148, Enero.
- Savic y Walters (1997) *Genetic algorithms for least-cost design of water distribution networks*. Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 123 n° 2, 67-77.
- Simpson, A. R., Dandy, G.C. y Murphy, L. J. (1994) *Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization*. Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 120 n° 4, 423-443.
- Tanyimboh y Templeman (1994) *Discusión de Redundancy-constrained minimum-cost design of water-distribution nets*. Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 120 n° 4, 568-570.

- Templeman, A.B. (1982) Discussion of *Optimization of looped water distribution systems* by Quindry, G.; Brill, E.D. y Liebman, J. Journal of the Environmental Engineering Division (ASCE) Vol. 108, num. EE3., Junio.
- Walski, T.M. (1980) *Energy costs: A new factor in pipe size selection*. Journal AWWA, pp. 326-329, Junio.
- Wang, Q. J. (1991) *The genetic algorithm and its application to calibrating conceptual rainfall-runoff models*. Water Resource Research, Vol 27 n° 9, 2467-2471.
- Watanatada, T. (1973) *Leats-cost design of water distribution systems*. Journal of the Hydraulics Division (ASCE) Vol. 99, num. HY9, pp. 1497-1513.
- Xu y Goulter (1998) *Probabilistic model for water distribution reliability*. Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 124 n° 4, 218-228.